

# 一种新自适应滤波快速算法及其 在多路回波消除中的应用

谢胜利,周元建

(华南理工大学无线电与自动控制研究所,广东广州 510640)

**摘 要:** 本文提出了一种新的自适应滤波算法,该算法结构简单、计算量适中且收敛速度快,弥补了一般变步长 LMS 自适应算法计算量小但收敛速度欠佳,以及仿射投影算法(APA)收敛速度快但计算量非常大的缺陷.该算法计算量与一般 LMS 算法相当,而收敛速度却与 APA 算法相当,其结构比 APA 及相应的改进算法要简单得多.我们不仅对所提算法的收敛性及性能进行了分析,而且将它用于多路回波消除中获得了成功,仿真结果表明,该算法与 Sankaran (1997)所提 NLMS-OCF 算法及 Benesty(1996)所提 APA-MC 算法比较,在收敛速度和收敛精度相当的情况下,其计算复杂度大大减少.从而新算法具备更好的实时性.

**关键词:** 自适应滤波;快速算法;多路回波消除

**中图分类号:** TN911.72 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2003) 02-0276-04

## A New Adaptive Filtering Algorithm and Its Application in Stereophonic Acoustic Echo Cancellation

XIE Sheng-li, ZHOU Yuan-jian

(The Research Institute of Radio & Automatic Control, South China University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510640, China)

**Abstract:** A new adaptive filtering algorithm is proposed in this paper. The proposed algorithm is of simple structure, medium computational complexity and fast convergence, and makes up for the defects that general LMS algorithm is of less computational complexity but of slow convergence and the Affine Projection Algorithm (APA) is of fast convergence but of large computational complexity. The structure of the new algorithm is much simpler than APA and its improved version, but it has the same convergence as APA. We not only analyses its performance but also succeed to apply it to multi-channel echo cancellation. Simulation in MATLAB shows its computational complexity is much lower than Sankaran's (1997) and Benesty's (1996) but they have the same convergence and accuracy. Hence it has better tracking ability.

**Key words:** adaptive filtering; fast algorithm; multi-channel echo cancellation

### 1 引言

自 Widrow 和 Hoff 提出 LMS 算法以来<sup>[10]</sup>,人们对该算法做了大量的研究工作,并广泛应用于干扰抵消、信道均衡、系统辨识及阵列处理等领域. LMS 算法具有运算量小、易于实现等优点,但用它来处理相关信号时,其收敛性就大大下降,因而性能欠佳.为克服这一缺点,人们提出了各种改进算法,如变步长 LMS 算法、归一化 LMS 算法和仿射投影算法 APA 等<sup>[2,8,9,11]</sup>,这些算法在收敛速度上都在逐渐地提高,但其计算量也都在相应地增加.特别是仿射投影算法,由于其计算量非常大,对时变系统的实时性较差,因此人们提出了许多改进算法并应用于立体声回波消除中<sup>[3-6]</sup>,但这些方法在算法结构上都有相当的复杂性.是否存在结构简单、收敛速度快、计算量适中的自适应算法,是人们一直在探讨的问题.本文提出

一种新的自适应滤波算法,该算法计算量与一般 LMS 算法相当,而收敛速度却与 APA 算法相当,其结构比 APA 及相应的改进算法要简单得多.我们将所得新的算法用于多路回波消除上,获得了理想的效果,与 Sankaran (1997)<sup>[7]</sup>所提 NLMS-OCF 算法及 Benesty (1996)所提 APA-MC 算法比较,在收敛速度和收敛精度相当的情况下,其计算复杂度大大减少.从而新算法具备更好的实时性.

### 2 算法结构及其收敛性

LMS 算法及其相应的变步长形式都有一个共同的特点,即在滤波器系数的更新的过程中,只利用了系统运行前一刻的信息,对系统整个信息没有充分利用,从而更新调整的时间长.虽然归一化 LMS 算法是 LMS 算法类中收敛速度较快的

收稿日期:2000-09-11;修回日期:2002-04-20

基金项目:国家自然科学基金(No. 69972016);教育部重点科研基金(No. 02152);广东省优秀人才基金(教研[2000]65号)

一种,但它存在没有利用系统整体信息这一弊端,故收敛速度仍受到限制.因 APA 算法在更新滤波器系数的过程中,不仅用到了系统的当前信息,而且还利用了系统以前的信息,故其相应的收敛速度有了很大的改进.但由于它是在归一化 LMS 算法上发展起来的,故受到了归一化 LMS 算法的影响,要去估计一个矩阵的逆,从而导致了繁杂的计算量.从上面的分析可知,对系统整体信息的利用可加快速度,而回避对矩阵的求逆可减少计算量.本文所提出的新算法就是遵循这些原则而获得的.

图 1 是自适应滤波器的原理框图,设  $n$  时刻的输入为

$$X(n) = (x(n), x(n-1), \dots, x(n-L+1))^T$$

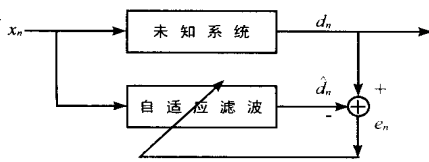


图 1 自适应滤波器原理框图

相应的自适应滤波器系数为

$$W(n) = (w(n), w(n-1), \dots, w(n-L+1))^T$$

而  $n$  时刻的前  $p$  个输入构成的矩阵为

$$X_{L,p}(n) = (X(n), X(n-1), \dots, X(n-p+1))^T$$

并分别记  $D(n)$  和  $E(n)$  为  $n$  时刻的前  $p$  个期望输出和前  $p$  个误差所构成的向量,即

$$D(n) = (d(n), d(n-1), \dots, d(n-p+1))^T$$

$$E(n) = (e(n), e(n-1), \dots, e(n-p+1))^T$$

其中  $E(n) = D(n) - X_{L,p}(n) \times W(n)$ .

我们所提新算法的结构如下:

$$W(n+1) = W(n) + \mu E(n) X_{L,p}(n) E(n) \quad (1)$$

下面先对该算法进行收敛性分析.

注意式(1)可改写为如下形式:

$$\begin{aligned} W(n+1) &= W(n) + \mu X_{L,p}(n) E(n) \\ &= (I - \mu X_{L,p}(n) X_{L,p}^T(n)) W(n) + \mu X_{L,p}(n) D(n) \end{aligned} \quad (2)$$

假设  $n$  时刻输入向量  $X(n)$  和期望输出  $D(n)$  都是广义平稳的,我们可得:

$$\begin{aligned} E\{I - \mu X_{L,p}(n) X_{L,p}^T(n)\} &= E\{I - \mu \sum_{i=0}^{p-1} X(n-i) X^T(n-i)\} \\ &= I - \mu p R_{xx} \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $R_{xx}$  为输入向量  $X(n)$  的自相关矩阵.假设步长  $\mu$  很小,由 Kushner<sup>[1]</sup>描述的直接平均方法知,方程(2)的解接近于以下的随机差分方程的解:

$$W(n+1) = (I - \mu p R_{xx}) W(n) + \mu X_{L,p}(n) D(n) \quad (4)$$

这样,我们就可以将对所提算法的收敛性分析转化为对方程(4)的收敛性分析.对方程(4)两边取数学期望得

$$\begin{aligned} E\{W(n+1)\} &= (I - \mu p R_{xx}) E\{W(n)\} + \mu E\{X_{L,p}(n) D(n)\} \\ &= (I - \mu p R_{xx}) E\{W(n)\} + \mu E\{\sum_{i=0}^{p-1} X(n-i) d(n-i)\} \\ &= (I - \mu p R_{xx}) E\{W(n)\} + \mu p R_{xd} \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $R_{xd}$  为输入向量  $X(n)$  与期望输出  $D(n)$  的互相关矩阵.由于  $E\{W(0)\} = W(0)$ ,我们可推得如下方程:

$$E\{W(n+1)\} = (I - \mu p R_{xx})^{n+1} W(0) + \mu p R_{xd} \sum_{i=0}^n (I - \mu p R_{xx})^i \quad (6)$$

设实对称正定矩阵  $R_{xx}$  特征值分解式为  $R_{xx} = Q \cdot \Lambda \cdot Q^T$ , 其中  $Q^{-1} = Q^T$ , 且  $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_L)$  是对角阵,  $\lambda_i (1 \leq i \leq L)$  是  $R_{xx}$  的特征值,将特征值分解式代入(6)式可得:

$$\begin{aligned} E\{W(n+1)\} &= Q (I - \mu p \Lambda)^{n+1} Q^T W(0) \\ &\quad + \mu p R_{xd} \sum_{i=0}^n Q (I - \mu p \Lambda)^i Q^T \end{aligned} \quad (7)$$

假设  $(I - \mu p \Lambda)$  的所有对角元素的值小于 1(这可以通过适当选择  $\mu$  来实现),则有

$$\lim_n (I - \mu p \Lambda)^{n+1} = 0_{L \times L} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \lim_n \sum_{i=0}^n Q (I - \mu p \Lambda)^i Q^T &= Q \sum_{i=0}^{\infty} (I - \mu p \Lambda)^i Q^T = Q (\mu p \Lambda)^{-1} Q^T \\ &= \frac{1}{\mu p} Q^{-1} Q^T = \frac{1}{\mu p} R_{xx}^{-1} \end{aligned} \quad (9)$$

所以有:

$$\lim_n E\{W(n+1)\} = R_{xd} R_{xx}^{-1} = W_{opt} \quad (10)$$

式中  $W_{opt}$  是 Wiener 解,故当迭代次数无限增加时,自适应滤波器的权系数向量的数学期值可收敛于 Wiener 解,从而所提出的算法收敛,且其收敛条件为:

$$|1 - \mu p \lambda_{\max}| < 1 \quad (11)$$

即

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{\max} p} \quad (12)$$

其中  $\lambda_{\max}$  是  $R_{xx}$  的最大特征值.

### 3 算法性能分析与计算机仿真

在新算法中,  $\mu$  为变步长,同其它算法一样,为了使算法在初给阶段或系统参数发生变化时,能提供大的步长以使算法有较快的收敛速度和对时变系统的跟踪速度,而在算法收敛进入稳态时,保持很小的调节步长以达到很小的稳态误差,  $\mu$  可采用变步长的方式进行调节,如我们最新给出的一种变步长方法<sup>[9]</sup>,  $\mu(n) = (1 - e^{-(e(n))^2})$  ( $\mu$  为常数).

另外,在我们所提出的算法中引入矩阵  $X_{L,p}(n)$  使得自适应滤波器的权向量的第  $i (1 \leq i \leq L)$  个分量的增量为  $\mu(n) x(i) e(n) + \mu(n) \sum_{j=1}^{p-1} x(i-j) e(n-j)$ , 而不再象一般变步长 LMS 算法那样仅为  $\mu(n) x(i) e(n)$ , 从而权向量的增量方向不再与  $X_{L,p}(n) E(n)$  确定的方向一致,它相当于在  $X(n)$  的方向上旋转了一个角度,而且旋转后的方向是随时间变化的,这一点使得所提算法具有很好的处理相关信号的能力.

注意本文所提算法中,当  $p=1$  时蜕化为一般的变步长 LMS 算法.在计算可变步长  $\mu(n)$  时需要两次乘法和一次加法,及一次指数运算,但在实际应用中求  $\mu(n)$  可用查表法近似实现,因而可以忽略这一部分的计算量,这样所提算法的复

杂度为  $O(pL)$ . 另一方面, 所提算法可看作 APA 算法当  $X_{L,p}(n) X_{L,p}^T(n) = I$  时的特殊情形, 但由于无需计算矩阵逆, 所以计算量与 APA 算法的计算复杂度  $O(p^3) + (p+1)L$  相比大大减少.

图 2 是新 LMS 算法与普通 LMS 及 APA 算法的比较学习曲线的比较, 尽管  $P$  值制约  $\mu$  的取大, 但新算法  $\mu$  值小于其他算法时的收敛速度更快, 精度更高, 其它  $\mu$  和  $P$  值组合亦如此, 仿真图中 FIR 长度为 128,  $P$  值为 64, 输入为白噪声, MSE 取 100 次独立试验结果中误差的平均值.

### 4 所提算法在两路回波消除上的应用

本文讨论如图 3 所示立体声回波消除器. 为避免混乱, 图 3 只画了近端房间喇叭/麦克风系统一个声道的回波消除结构, 实际上, 相同的回波路径也存在于另一声道之中.

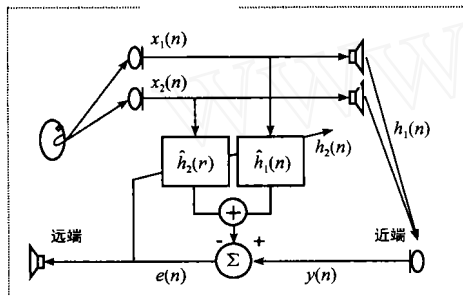


图 3 立体声回波消除图

我们用  $x_i(n) = (x_i(n), x_i(n-1), \dots, x_i(n-L+1))^T$  记在远端  $n$  时刻语音信号源经左右两个麦克风后的输出信号, 用  $h_i = (h_{i1}, h_{i2}, \dots, h_{iL})^T$  分别记近端左右两个喇叭到麦克风的脉冲响应,  $\hat{h}_i = (\hat{h}_{i1}, \hat{h}_{i2}, \dots, \hat{h}_{iL})^T$  记自适应滤波器的脉冲响应, (这里  $i=1, 2, L$  为滤波器长度,) 则近端  $n$  时刻的回声信号  $y(n)$  可以表达为

$$y(n) = \hat{h}_1^T x_1(n) + \hat{h}_2^T x_2(n) \tag{13}$$

类似地, 在  $n$  时刻自适应滤波器的输出信息  $\hat{y}(n)$  可以表达为

$$\hat{y}(n) = \hat{h}_1^T x_1(n) + \hat{h}_2^T x_2(n) \tag{14}$$

这样  $n$  时刻的误差  $e(n)$  可以表达为

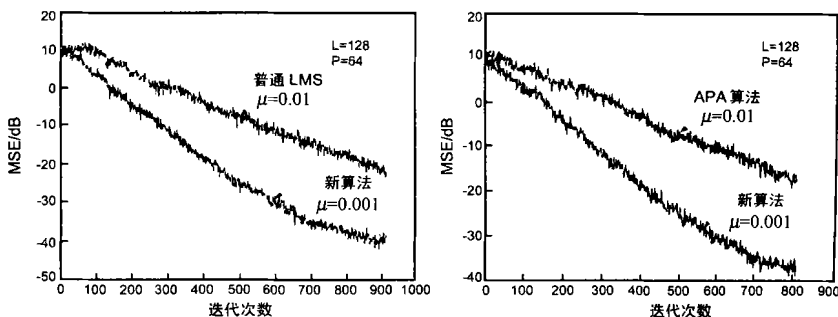


图 2 新 LMS 算法与普通 LMS 及 APA 算法学习曲线的比较

$$e(n) = y(n) - \hat{y}(n) \tag{15}$$

令  $x(n) = (x_1^T(n), x_2^T(n))^T$ ,  $h(n) = (h_1^T, h_2^T)^T$  分别为第  $n$  时刻的输入和自适应滤波器的权系数, 我们按如下公式更新自适应滤波器的系数

$$h(n+1) = h(n) + \mu(n) X_{L,p}(n) E(n) \tag{16}$$

这里  $X_{L,p}(n)$  和  $E(n)$  意义同前.

### 5 计算机仿真

为检验所提算法的在回波消除中的性能, 我们采用 8MHz 采样率立体声信号作仿真输入, 近端房间的有限脉冲长采用长度为  $L = 1000$  的如下脉冲响应:

$$h_1(n) = r_1(n) e^{-\frac{|n-l|}{100}} \quad (n-l)$$

$$h_2(n) = r_2(n) e^{-\frac{|n-l|}{100}} \quad (n-l)$$

其中  $n, l = 0, 1, 2, \dots, 999$ , 为 Dirac 函数.

图 4 是新算法与 Sankaran 所提带有正交约束因子的归一化(NLMS-OCF)算法的学习曲线比较结果. 各图 MSE 取 30 次独立试验的均值.

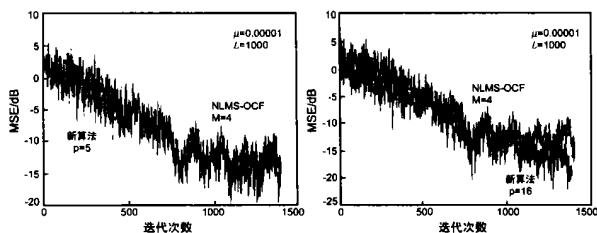


图 4 新算法与 Sankaran 算法(NLMS-OCF)的学习曲线比较结果

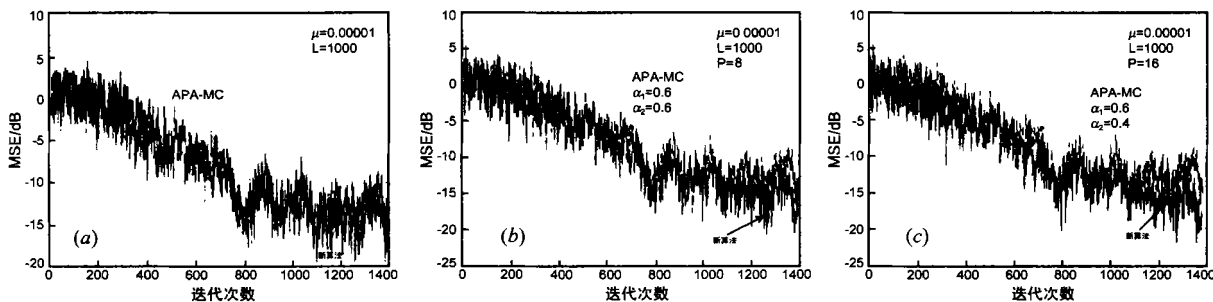


图 5 新算法与 Benesty 算法(APA-MC)的学习曲线比较

新算法在  $P=5$  时与 NLMS-OCF 算法在  $M=4$  所利用的过去信息是一样多的,都利用了过去 4 次迭代时的输入信号向量。

但每次独立试验所需时间新算法只须 4.634 秒,而 NLMS-OCF 算法需要 11.73 秒。当  $P=16$  时,新算法利用了过去 15 次迭代时的输入信息,而复杂度与 NLMS-OCF 算法  $M=4$  时一样,所用时间是 11.375 秒。从图中还可看出,在相同的步长下新算法与 NLMS-OCF 算法的收敛速度与精度相当,但它们的计算复杂度及每次独立试验所需时间差别很大,见表 1。

表 1 新算法与 NLMS-OCF 算法所耗时间的比较

算法	所利用过去信息	计算机复杂度	单次独立试验所需时间
新算法	4 ( $P=5$ )	$O(L)$	4.636 秒
	15 ( $P=16$ )		11.375 秒
OCF	4 ( $M=4$ )	$O(LM^2)$	11.73

图 5 是新算法与 Benesty 所提多路仿射投影 (NLMS-OCF) 算法的学习曲线比较结果。各图中 MSE 均取 30 次独立试验的均值,在  $P$  值相同时 (仿真时  $P=5,8,16$ ),新算法与 APA-MC 算法所利用的过去信息是一样多的 (都利用了过去的 4、7、15 次迭代时的输入信号向量)。

从图中可看出,在相同的步长下新算法与 APA-MC 算法的收敛速度与收敛精度相当,但它们的计算复杂度及每次独立试验所需时间如表 2。

从表 2 中可以看出,新算法与 APA-MC 算法在利用过去相同信息的情况下,新算法所耗用的时间比 APA-MC 算法大大的减少。

表 2 新算法与 APA-MC 算法所耗时间的比较

算法	所利用过去信息	计算机复杂度	单次独立试验所需时间
新算法	4 ( $P=5$ )	$O(L)$	4.636 秒
	7 ( $P=8$ )		6.767 秒
	15 ( $P=16$ )		11.375 秒
APA-MC	4 ( $P=5$ )	$O(P^2) + (7P+1)L$	409.288 秒
	7 ( $P=8$ )		456.95 秒
	15 ( $P=16$ )		566.035 秒

另外,对新算法与 NLMS-OCF 算法,我们还就不同的  $\mu$  值及在相同步长下  $P, M$  的不同组合进行了仿真试验,结果表明在  $P=M+1$  下 (两算法利用相同多的过去信息),新算法耗时少,收敛速与精度相当。而对新算法与 APA-MC 算法,除了图 5 中的  $\mu, P$  值外,我们还就它们的其它不同组合进行了仿真,所得结果均与前述结果相同。

## 6 结论

本文提出的算法综合了变步长算法收敛快、稳态失调小的特点和仿射投影算法有较强处理相关信号能力的优点。仿真结果表明,无论是不相关信号还是强相关语音信号,该算法都较 LMS 算法和 APA 算法有更好的性能。同时,由于该算法的计算量较小,而且收敛速度快,我们将所得新的算法用于多

路回波消除上,获得了理想的效果。与 Sankaran (1997) 所提 NLMS-OCF 算法及 Benesty (1996) 所提 APA-MC 算法比较,在收敛速度和收敛精度相当的情况下,其计算复杂度大大减少,从而新算法具备更好的实时性。

## 参考文献:

- [1] Kushner HJ. Approximation and Weak Convergence Methods for Random Processes with Applications to Stochastic System Theory [M]. UK:MIT Press, Cambridge, Mass, 1984.
- [2] Ozeki K, Umeda T. An adaptive filtering algorithm using an orthogonal projection to an affine subspace and its properties [J]. Electronics and Communications in Japan, 1984, 67-A(5).
- [3] Makino S, Strauss K etc. Subband stereo echo canceller using the projection algorithm with fast convergence to the true echo path [A]. ICASSP 1997 [C]. 1997. 299 - 302.
- [4] Benesty J, Duhamel D, etc. A multi-channel affine projection algorithm with applications to multi-channel acoustic echo cancellation [J]. IEEE Signal Processing Letters 1996, 3(2): 35 - 37.
- [5] Steven L Gay, Sanjeev Tavathia. The fast affine projection algorithm [A]. Proc ICASSP 95 [C]. 1995. 3023 - 3026.
- [6] Benesty J, etc. A fast two-channel projection algorithm for stereophonic acoustic echo cancellation [A]. Proc. ICASSP 96 [C]. 1996. 949 - 952.
- [7] Sankaran, S G. Normalized LMS algorithm with orthogonal correction factors [A]. Proc. of the thirty-first annual asilomar conference on signal systems, and computers [C]. Pacificgrove CA, 1997.
- [8] 覃景繁, 欧阳景正. 一种新的变步长 LMS 自适应滤波算法及分析 [J]. 数据采集与处理, 1997, 12(3): 171 - 174.
- [9] 高鹰, 谢胜利. 一种变步长 LMS 自适应滤波算法及分析 [J]. 电子学报, 2001, 29(8): 1094 - 1097.
- [10] Widrow B, S D Stearns. Adaptive Signal Processing [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1985.
- [11] Haykin S. 自适应滤波器原理 (第三版) [M]. 北京: 电子工业出版社, 1998.

## 作者简介:

谢胜利 男, 1958 年 12 月生于湖北省公安县, 教授、博士生导师, IEEE 高级会员, 华南理工大学无线电与自动控制研究所副所长, 1986 年以来, 于非线性系统理论与应用、自适应信号处理等领域在国内外学术刊物上发表论文 60 余篇, 出版专著 (国家九五重点图书) 1 部, 6 次获得省部级以上科技奖励, 目前感兴趣的研究领域为: 非线性系统学习控制理论、机器人系统、自适应信号处理及混沌与保密通讯等。e-mail: adshlxie@scut.edu.cn

周元建 男, 1964 年 2 月生于湖南省望城县, 副教授, 分别于 1985 年和 1991 年获得理学学士和硕士学位, 现在广东省公安司法管理干部学院工作, 并在攻读华南理工大学通信与信息系统博士学位, 已发表相关学术论文十余篇, 目前感兴趣的研究领域为数字信号处理和计算机图像识别等。